

Aufgaben zur Kombinatorik

- Bei einer Fußballwette muss man für 9 Spiele eines Spieltages vorhersagen, ob die Heimmannschaft oder die Gastmannschaft gewinnt oder ob die Mannschaften unentschieden spielen. Wie viele Möglichkeiten gibt es den Wetzettel auszufüllen?
- Bei einem Pferderennen gehen 10 Pferde an den Start. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Besetzung der ersten 3 Plätze?
- Bei einem Tennisturnier haben sich 10 Spieler gemeldet.
 - Es soll jeder Spieler gegen jeden spielen. Wie viele Spiele kommen zu Stande?
 - Es soll zwei Vorrundengruppen mit 5 Spielern geben, in der Jeder gegen jeden spielt. In einem Halbfinale spielt der Gruppensieger der einen Gruppe gegen den Gruppenzweiten der anderen Gruppe. Die Sieger der Halbfinals spielen in einem Finale gegeneinander. Wie viele Spiele gibt es jetzt?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Lottozahlen bei „6 aus 49“, wenn
 - die Reihenfolge der gezogenen Kugeln egal ist und die Kugeln nicht zurückgelegt werden?
 - die Reihenfolge wichtig ist und die Kugeln nicht zurückgelegt werden?
 - die Reihenfolge interessant ist und die Kugeln zurückgelegt werden?
 - die Reihenfolge nicht wichtig ist und die Kugeln zurückgelegt werden?
- Bei einem Zahlenschloss eines Aktenkoffers kann man 3 verschiedene Ziffern wählen. Wie viele mögliche Zahlenkombinationen gibt es?
- Bei einer Pressekonferenz sollen auf 20 Plätze 10 Broschüren verteilt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür, wenn
 - es die gleichen Broschüren sind
 - und auf jedem Platz höchstens eine liegen soll?
 - und auf jedem Platz beliebig viele Broschüren liegen dürfen?
 - die Broschüren unterschiedlich sind
 - und auf jedem Platz höchstens eine liegen soll?
 - und auf jedem Platz beliebig viele Broschüren liegen dürfen?
- Eine Klasse besitzt 24 Schüler, darunter 14 Mädchen und 10 Jungen.
 - Es werden 5 Freikarten für das Kino angeboten. Wie viele Möglichkeiten gibt es die nummerierten Sitzplatzkarten auf die Schüler zu verteilen?
 - Bei einer Mannschaftswahl im Sport sollen 2 Schüler frei wählen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn die Mannschaften beliebig gewählt werden können?
 - Bei einer Klassenarbeit gibt es drei Einsen, neun Zweien, sieben Dreien, vier Vieren und eine Fünf. Wie viele Möglichkeiten gibt es dieses Resultat auf die Schüler „aufzuteilen“?
- Für eine Grundschulklasse bereitet die Lehrerin 2 Rechtecke vor, die die Schüler ausmalen sollen. Jeder Schüler hat 7 verschiedene Farben zur Auswahl. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, wenn
 - die Rechtecke verschiedenfarbig sein sollen?
 - die Einschränkung a) nicht gilt?
- Ein Tannenbaum soll zu Weihnachten bunte Lämpchen bekommen. Dazu soll eine Lichterkette mit 5 gelben, 3 roten, 4 blauen und 2 grünen Lämpchen zusammengestellt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn
 - es keine Einschränkungen gibt?
 - die Reihe mit 2 gelben Lampen beginnen und aufhören soll?
 - Die Lämpchen gleicher Farbe nebeneinander sein sollen?
 - Die 3 roten Lämpchen nebeneinander stehen sollen?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es die Buchstaben der folgenden Wörter zu vertauschen?
(1: beliebig, 2: nur Konsonanten & Vokale werden betrachtet)
 - BUTTERBROT
 - FLUSSSCHIFFFAHRT
 - VOLLMILCHSCHOKOLADENVERPACKUNG
- Wie viele Möglichkeiten gibt es 10 Personen (7 Männer, 3 Frauen)
 - an einem runden Tisch zu verteilen, wenn man
 - die Personen beliebig anordnen kann
 - die Frauen nebeneinander sitzen sollen
 - an einer langen Bank
 - die Männer nebeneinander sitzen sollen
 - nur die Verteilung Frauen-Männer eine Rolle spielt

Lösungen:

1. 3^9

2. $10 \cdot 9 \cdot 8 = \frac{10!}{7!}$

3.

a) $10 \cdot 9 : 2 = 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

b) $2 \cdot (4 + 3 + 2 + 1) + 2 + 1$

4.

a) $\binom{49}{6} = \frac{49!}{6! \cdot 43!}$

b) $\frac{49!}{43!} = 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44$

c) 49^6

d) $\frac{49^6}{6!}$

5. 10^3

6.

a)

i. $\binom{20}{10} = \frac{20!}{10! \cdot 10!}$

ii. $\frac{20^{10}}{10!}$

b)

i. $\frac{20!}{10!}$

ii. 20^{10}

7.

a) $\frac{24!}{19!}$

b) $\frac{22!}{11! \cdot 11!} = \binom{22}{11}$

c) $\frac{24!}{3! \cdot 9! \cdot 7! \cdot 4!}$

8.

a) $7 \cdot 6 = \frac{7!}{5!}$

b) 7^2

9.

a) $\frac{14!}{5! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 2!}$

b) $\frac{10!}{3! \cdot 4! \cdot 2!}$

c) $4!$

d) $\frac{12!}{5! \cdot 4! \cdot 2!}$

10.

a) 1: $\frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2!}$

2: $\frac{10!}{7! \cdot 3!} = \binom{10}{7}$

b) 1: $\frac{16!}{4! \cdot 3! \cdot 2!}$

2: $\frac{16!}{13! \cdot 3!} = \binom{16}{13}$

c) 1: $\frac{30!}{2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!}$

2: $\frac{30!}{21! \cdot 9!} = \binom{30}{21}$

11. 1) a: $\frac{10!}{10} = 9!$

b: $10!$

2) a: $3! \cdot 7!$

b: $3! \cdot 7! \cdot 8$

3) a: $3! \cdot 7!$

b: $3! \cdot 7! \cdot 4$

4) a: $\frac{10!}{7! \cdot 3! \cdot 10} = \binom{10}{7} : 10$

b: $\frac{10!}{7! \cdot 3!} = \binom{10}{7}$