

Stochastische Unabhängigkeit

1. Gegeben sind die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B in den folgenden Vierfeldtafeln.

Entscheide, ob die Ereignisse A und B unabhängig sind. - Begründe!

a)

| | | | |
|-----------|------|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,15 | 0,35 | 0,5 |
| \bar{B} | 0,15 | 0,35 | 0,5 |
| | 0,3 | 0,7 | 1 |

b)

| | | | |
|-----------|-----|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,2 | 0,3 | 0,5 |
| \bar{B} | 0,1 | 0,4 | 0,5 |
| | 0,3 | 0,7 | 1 |

c)

| | | | |
|-----------|------|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,07 | 0,63 | 0,7 |
| \bar{B} | 0,03 | 0,27 | 0,3 |
| | 0,1 | 0,9 | 1 |

d)

| | | | |
|-----------|-------|-----------|-------|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,299 | 0,7 | 0,999 |
| \bar{B} | 0,001 | 0 | 0,001 |
| | 0,3 | 0,7 | 1 |

e)

| | | | |
|-----------|-----|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,1 | 0,3 | 0,4 |
| \bar{B} | 0,1 | 0,5 | 0,6 |
| | 0,2 | 0,8 | 1 |

f)

| | | | |
|-----------|-------|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,005 | 0,095 | 0,1 |
| \bar{B} | 0,045 | 0,855 | 0,9 |
| | 0,05 | 0,95 | 1 |

2. In einer Klinik haben durchschnittlich 5% der Patienten Diabetes.
2% der Patienten sind gleichzeitig Diabetiker und Raucher.
80% aller Patienten sind Nichtraucher.
Sind die Ereignisse Raucher und Diabetiker unabhängig voneinander?
Bewerte die Aussage „Raucher haben ein erhöhtes Diabetesrisiko“!

3. Nach der Einführung der neuen Handyregelungen am Weißeritzgymnasium führt der Schülerrat eine Schülerbefragung durch. 442 Schülerinnen haben ein Handy. 72 Schüler haben kein Handy. Insgesamt gibt es 850 Schülerinnen und Schüler mit Handys an der Schule.
Untersuche mit Hilfe der stochastischen Unabhängigkeit, ob vor allem Schüler Handys besitzen!



4. Nach einer Befragung von 1000 Angestellten wurde festgestellt, dass im letzten halben Jahr 100 Krankschreibungen beim Arbeitgeber eingereicht wurden. Fünf Arbeitnehmer erlitten im letzten halben Jahr einen Arbeitsunfall, worauf vier davon eine Krankschreibung eingereicht haben.
Gib die passenden Ereignisse an. Weise deren Abhängigkeit rechnerisch nach.
Erläutere die Bedeutung der Abhängigkeit an diesem Beispiel.

Stochastische Unabhängigkeit

1.

a)

| | | | |
|-----------|------|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,15 | 0,35 | 0,5 |
| \bar{B} | 0,15 | 0,35 | 0,5 |
| | 0,3 | 0,7 | 1 |

Stochastisch unabhängig, wenn

$$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$$

$$0,3 \cdot 0,5 = 0,15$$

→ A und B stochastisch unabhängig

b)

| | | | |
|-----------|-----|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,2 | 0,3 | 0,5 |
| \bar{B} | 0,1 | 0,4 | 0,5 |
| | 0,3 | 0,7 | 1 |

$$0,3 \cdot 0,5 \neq 0,2$$

→ A und B stochastisch abhängig

c)

| | | | |
|-----------|------|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,07 | 0,63 | 0,7 |
| \bar{B} | 0,03 | 0,27 | 0,3 |
| | 0,1 | 0,9 | 1 |

$$0,7 \cdot 0,1 = 0,07$$

→ A und B stochastisch unabhängig

d)

| | | | |
|-----------|-------|-----------|-------|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,299 | 0,7 | 0,999 |
| \bar{B} | 0,001 | 0 | 0,001 |
| | 0,3 | 0,7 | 1 |

$$0,3 \cdot 0,999 \neq 0,299$$

→ A und B stochastisch abhängig

e)

| | | | |
|-----------|-----|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,1 | 0,3 | 0,4 |
| \bar{B} | 0,1 | 0,5 | 0,6 |
| | 0,2 | 0,8 | 1 |

$$0,4 \cdot 0,2 \neq 0,1$$

→ A und B stochastisch abhängig

f)

| | | | |
|-----------|-------|-----------|-----|
| | A | \bar{A} | |
| B | 0,005 | 0,095 | 0,1 |
| \bar{B} | 0,045 | 0,855 | 0,9 |
| | 0,05 | 0,95 | 1 |

$$0,1 \cdot 0,05 = 0,005$$

→ A und B stochastisch unabhängig

2. D ...Diabetiker

R ...Raucher

Stochastisch unabhängig, wenn

$$P(R) \cdot P(D) = P(R \cap D)$$

$0,2 \cdot 0,05 \neq 0,02 \rightarrow R$ und D sind stochastisch abhängig,

Raucher besitzen eine andere Wahrscheinlichkeit an Diabetes zu erkranken, als Nichtraucher

$$P(D) = 0,05$$

$$P_R(D) = 0,1$$

$$P_{\bar{R}}(D) = 0,0375$$

Raucher haben ein erhöhtes Diabetesrisiko.

| | | | |
|-----------|------|-----------|------|
| | R | \bar{R} | |
| D | 0,02 | 0,03 | 0,05 |
| \bar{D} | 0,18 | 0,77 | 0,95 |
| | 0,2 | 0,8 | 1 |

3. W ...Weiblich

H ...Handybesitz

Stochastisch unabhängig, wenn

$$P(\bar{W}) \cdot P(H) = P(\bar{W} \cap H)$$

$$\frac{480}{1000} \cdot \frac{850}{1000} = \frac{408}{1000} \rightarrow \bar{W} \text{ und } H \text{ sind unabhängig.}$$

Es ist nicht wahrscheinlicher, dass ein Schüler ein Handy besitzt, als eine Schülerin

$$P_W(H) = P_{\bar{W}}(H) = P(H) = 0,85$$

| | | | |
|-----------|--------------------|--------------------|---------------------|
| | W | \bar{W} | |
| H | $\frac{442}{1000}$ | $\frac{408}{1000}$ | $\frac{850}{1000}$ |
| \bar{H} | $\frac{78}{1000}$ | $\frac{72}{1000}$ | $\frac{150}{1000}$ |
| | $\frac{520}{1000}$ | $\frac{480}{1000}$ | $\frac{1000}{1000}$ |

4. A ...Arbeitsunfall

K ...Krankschreibung

Stochastisch unabhängig, wenn

$$P(A) \cdot P(K) = P(A \cap K)$$

$$\frac{5}{1000} \cdot \frac{100}{1000} \neq \frac{4}{1000} \rightarrow A \text{ und } K \text{ sind abhängig voneinander}$$

Es ist wahrscheinlicher, dass ein Arbeitnehmer mit Arbeitsunfall eine Krankschreibung einreicht.

| | | | |
|-----------|------------------|--------------------|---------------------|
| | A | \bar{A} | |
| K | $\frac{4}{1000}$ | $\frac{96}{1000}$ | $\frac{100}{1000}$ |
| \bar{K} | $\frac{1}{1000}$ | $\frac{899}{1000}$ | $\frac{900}{1000}$ |
| | $\frac{5}{1000}$ | $\frac{995}{1000}$ | $\frac{1000}{1000}$ |